Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Институт компьютерных наук и кибербезопасности

Высшая школа компьютерных технологий и информационных систем

**Отчёт по лабораторной работе № 3**

Тема: Расчёт СМО.

Дисциплина: Системный анализ и принятие решений.

Выполнил студент гр. 5130901/10101 М.Т. Непомнящий

(подпись)

Руководитель А.Г. Сиднев

(подпись)

Санкт-Петербург

2024

**Оглавление**

[1. Задание 3](#_Toc161523903)

[1.1. Условие варианта 3](#_Toc161523904)

[2. Ход решения 3](#_Toc161523905)

[2.1. Постановка задачи 3](#_Toc161523906)

[2.2. СМО, в которой второй поток содержит две заявки 4](#_Toc161523907)

[2.2.1. Описание и построение графа состояний 4](#_Toc161523908)

[2.2.2. Рассматривание системы 4](#_Toc161523909)

[2.2.3. Графики зависимостей отказов от , , и 6](#_Toc161523910)

[2.3. СМО, в которой второй поток содержит одинарен 9](#_Toc161523911)

[3. Вывод 11](#_Toc161523912)

[4. Источники 12](#_Toc161523913)

# Задание

## Условие варианта

Вариант 3:

Рассматривается система типа М/М/k/0, предназначенная для обслуживания суммы двух пуассоновских потоков требований , а время обслуживания распределено по показательному закону с интенсивностью .

Первый поток является ординарным, поэтому каждое последующее требование занимает точно один из обслуживающих приборов; если все приборов заняты, то вновь поступающее требование первого класса теряется. Для обслуживания каждого требования второго класса требуется одновременно приборов (и оно занимает все эти приборы одновременно на одно и то же показательно распределенное время со средним значением ). Если в момент поступления требования второго класса в системе имеется меньше, чем свободных приборов, это требование также теряется. Найти:

* долю потерянных требований первого и второго классов при , и построить зависимость от , , (),
* выяснить, насколько изменится процент потерянных требований по сравнению со случаем, когда потоки ординарны и , .

# Ход решения

## Постановка задачи

Пред тем как решать задачу определим, что такое система типа М/М/k/0. В обозначении каждая буква представляет собой определенный аспект модели системы массового обслуживания:

M - означает, что поток поступления требований является пуассоновским. Это означает, что временные интервалы между поступлениями требований имеют экспоненциальное распределение.

M - указывает на то, что время обслуживания каждого требования также имеет экспоненциальное распределение.

k - представляет собой количество обслуживающих каналов (или приборов), доступных в системе. Если все каналы заняты при поступлении нового требования, оно будет ставиться в очередь. Это означает, что в системе может

0 - означает, что в системе отсутствует буферизация, или очередь. Если все каналы заняты, новые приходящие требования будут теряться.

Таким образом, модель M/M/k/0 описывает систему, в которой требования поступают и обслуживаются случайным образом, с определенным числом каналов для обслуживания, и без возможности буферизации или отложенного обслуживания.

В представленной задаче первый поток определён, он одинарен, а второй поток может вести себя по-разному: иметь заявку или быть ординарным, подобно первому потоку. Рассмотрим каждую из этих ситуаций отдельно:

## СМО, в которой второй поток содержит две заявки

### Описание и построение графа состояний

Опишем состояния системы для рассматриваемого случая:

* – СМО свободна,
* – в СМО находятся две заявки первого потока,
* – в СМО находится одна заявка первого потока,
* – в системе находится заявка второго потока.

Построим граф СМО согласно приведённым выше состояниям: (представить в виде цепочки)

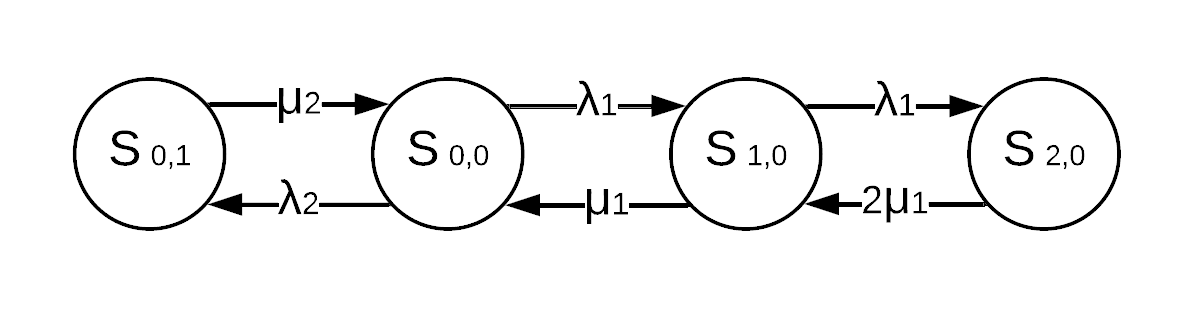


Рис. 1 – Граф состояний системы

### Рассматривание системы

Пусть – вероятность того, что в системе находится n заявок первого класса и m заявок второго класса в момент времени t.

Тогда согласно графу состояний, приведённому на ри с. 1 выше определим вероятность :

Тогда вероятность отсутствия заявок в системе можно найти путём домножения уравнения 1.1 на :

Также из уравнения 1.1 можем найти вероятность :

Аналогично найдём вероятность :

Из уравнений 1.1 и 1.4 можем найти вероятность отказа для каждого из потоков. Тогда вероятность того, что требование первого потока получит отказ в обслуживании:

Теперь из уравнений 1.1, 1.3 и 1.4 найдём вероятность того, что требование второго потока получит отказ в обслуживании:

### Графики зависимостей отказов от , , и

Построим графики зависимостей потерь заявок первого () и второго () потоков от интенсивностей обслуживания (, ) и поступления заявок (, ). Для определенности все неварьируемые величины примем равными 0.5.

В качестве средства для построения графиков воспользуемся графическим калькулятором Desmos (ссылка на график будет приведена в источниках в конце отчёта):

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, число, Шрифт

Автоматически созданное описание

Рис. 2 – Задание исходных уравнений для вероятностей

\*В качестве значений для не варьируемых величин было выбрано значение 1. Это значение показалось мне оптимальным. При желании можно выбрать другие (перемещать ползунок для конкретных неварьируемых переменных).

Изображение выглядит как линия, График, диаграмма, Параллельный

Автоматически созданное описание

Рис. 3 – Зависимость и

Изображение выглядит как линия, График, диаграмма, Параллельный

Автоматически созданное описание

Рис. 4 – Зависимость и

Изображение выглядит как линия, График, диаграмма, Параллельный

Автоматически созданное описание

Рис. 5 – Зависимость и

Изображение выглядит как линия, График, диаграмма, Параллельный

Автоматически созданное описание

Рис. 6 – Зависимость и

Изображение выглядит как линия, График, Параллельный, диаграмма

Автоматически созданное описание

Рис. 7 – Зависимость и

Изображение выглядит как линия, График, диаграмма, Параллельный

Автоматически созданное описание

Рис. 8 – Зависимость и

## СМО, в которой второй поток содержит одинарен

В этом случае мы рассматриваем систему как M/M/k/0, где количество каналов обслуживания k одинаково для обоих потоков. Вероятности потери требований первого и второго классов будут зависеть от соответствующих интенсивностей поступления и обслуживания, а также от количества доступных каналов обслуживания. Т. к. при суммировании независимых пуассоновских потоков суммарный поток также пуассоновский, то имеем стандартную двухканальную СМО с отказами с интенсивностью поступающего потока и интенсивностью обслуживания . В этом случае вероятность отказа в обслуживании одинакова для обоих потоков:

Построим график , взяв в качестве неварьируемой величины :

Изображение выглядит как линия, диаграмма, График, Параллельный

Автоматически созданное описание

Рис. 9 – График зависимости

Построим график , взяв в качестве неварьируемой величины :

Изображение выглядит как линия, График, диаграмма, Параллельный

Автоматически созданное описание

Рис. 10 – График зависимости

# Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы была проведена аналитическая оценка системы массового обслуживания типа М/М/k/0 в двух сценариях: когда второй поток содержит две заявки и когда второй поток является ординарным.

В результате анализа были выявлены ключевые зависимости доли потерь заявок первого и второго классов от параметров системы, таких как интенсивности поступления и обслуживания. В обеих ситуациях было показано, что вероятность отказа в обслуживании зависит от соотношения интенсивностей поступления и обслуживания, а также от количества доступных каналов обслуживания.

Проведенный анализ позволяет сделать вывод о важности оптимизации параметров системы для минимизации потерь заявок и повышения её производительности. Оптимальный выбор параметров системы может способствовать улучшению обслуживания клиентов и повышению эффективности работы организации.

# Источники

Графики вероятностей из данной лабораторной работы, построенные в редакторе Desmos, можно найти по данной ссылке – <https://www.desmos.com/calculator/wbzytalfio>